گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

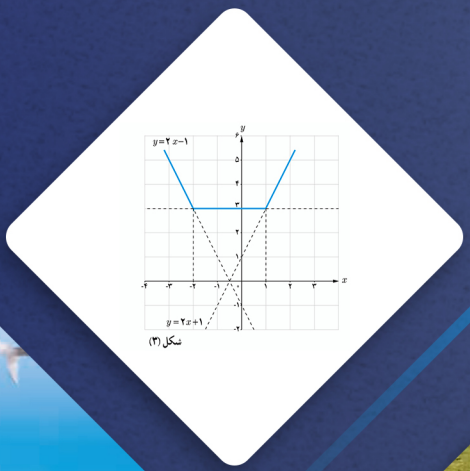
ویژهٔ پایهٔ یازدهم

اردیبهشت ۱۴۰۳

دفترچه پاسخ تشریحی

ارزشیابی تشریحی مرحله ۲

حسابان ۱ (رشته ریاضی و فیزیک)



شکل (۳)

۱۴۰۲_۱۴۰۳

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

gozine2.ir

گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

اسامی هیئت‌علمی ارزشیابی تشریحی مؤسسه گزینه‌دو در سال تحصیلی ۱۴۰۳_۱۴۰۲

گروه عمومی

مدیر گروه: علی اکبر آخوندی

درس	مسئول درس	طراحان
ادبیات فارسی	محسن ابراهیم تهرانی	ابوالفضل غلامی، احسان محسنی، عماد فیض آبادی، محسن ابراهیم تهرانی
دین و زندگی	علی اکبر آخوندی	محمد کریمی، علیرضا دلشاد، زهرا محمدی، علی اکبر آخوندی
زبان انگلیسی	سعید ابراهیمی	امیرحسین مراد، سعید ابراهیمی

گروه ریاضی

مدیر گروه: سید امیرمحمد سید شاکری

درس	مسئول درس	دستیاران	طراحان
حسابان و ریاضی پایه	سید امیرمحمد سیدشاکری	حسین اسدزاده-عباس سعیدی	حسین شفیع زاده، محمدحسین کشانی، امیرمحمد سید شاکری
هندسه	سعید اکبرزاده	هادی کاظم‌نژاد- فرهاد فرزامی	سیدمحسن میراسلامی، علی نعمت، هادی کاظم نژاد، امیدرضا پورحسینی
ریاضیات گسسته	سعید اکبرزاده	هادی کاظم‌نژاد- فرهاد فرزامی	سعید اکبرزاده، فرهاد فرزامی
ریاضی تجربی	ایمان اردستانی	پوپک مقدم	مهرداد کیوان، ایمان اردستانی
ریاضی انسانی	سید امیرمحمد سیدشاکری	عباس سعیدی	امیدرضا پورحسینی، وحید رباعی، حسین افسری، عباس سعیدی

گروه علوم

مدیر گروه: محمدرضا محمدهاشمی

درس	مسئول درس	دستیاران	طراحان
زیست شناسی	امیر کبیری راد	بتول خواجه‌پور ـ علی قلی‌زاده	امیر کبیری راد، منصوره رئیس دانا، حسین ذبحی، بتول خواجه پور
فیزیک	منصور داودوندی	ساناز دریکوندی	احمد رضوانی، مهرناز طلوع شمس، یوسف صباغی
شیمی	احمد عباسی	سید حامد میرقادری	مهداد ملاصالحی، محمدعلی توسلی فر، محمد وحیدی، مهدی کمالی
زمین شناسی	شکیبا کریمی		فرزانه رجایی، شکیبا کریمی

گروه انسانی

مدیر گروه: علی اکبر آخوندی

درس	مسئول درس	دستیاران	طراحان
علوم و فنون ادبی	محمدرضا پیرو	امیرحسین نیک‌دست	محمدرضا لمسه‌چی، مهراوه مجتهد، محمدرضا پیرو، عباس شفیعی
جامعه شناسی	الهام رضایی		آزیتا بیدقی، فروغ تیموریان، محمدزمان کبیر، الهام میرزایی
روان شناسی	سیده ضحی سکاکی		سیده ضحی سکاکی
زبان عربی	پویا رضاداد	مائده خدایاری	پدرام علیمرادی، کیارش پورمهدی
تاریخ و جغرافیا	الناز گنج‌کار	ثنا کاشیان	بهروز یحیی، پیمان بیگدلی، مهسا اصغری
فلسفه و منطق	حمید سودیان طهرانی	سعید رحیمیان ـ منصور کاظم بیگی	فاطمه شریف زاده، حسین صادقی
اقتصاد	امیر محمدبیگی	محمدرضا مبارکی	آیدانا رستمی

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

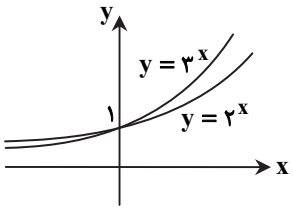
۱-

الف) درست

ب) نادرست؛ یک رادیان اندازهٔ زاویهٔ مرکزی روبه‌رو به کمانی از دایره است که طول آن کمان، با شعاع دایره برابر است.

ج) درست

د) نادرست



۲-

الف) ندارد؛ دامنهٔ تابع f، $(-۳,+\infty)$ می‌باشد، پس در $x = -۳$، همسایگی محذوف قابل تعریف نیست، پس حد وجود ندارد.

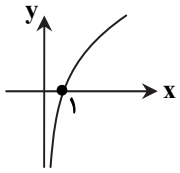
ب) نیستند

$$f(x) = (\sqrt{x})^{\frac{۱}{۲}} = x \quad ; \quad D_f = [۰,+\infty)$$

$$g(x) = \sqrt{x^۲} = |x| \quad ; \quad D_g = \mathbb{R}$$

ج) منفی؛ هر رادیان، تقریباً معادل ۵۷/۳ درجه است. در نتیجه ۳ رادیان تقریباً معادل ۱۷۱/۹ درجه است. پس این زاویه در ربع دوم قرار دارد و مقدار کسینوس آن منفی می‌باشد.

د) $\mathbb{R}$



$$D_f = (۰,+\infty)$$
$$R_f = \mathbb{R}$$

۳-

الف) گزینهٔ ۳

$$\lim_{x\to ۱^+} f(x) = ۴ \ , \quad \lim_{x\to (-۱)^-} f(x) = ۱$$

ب) گزینهٔ ۴

ج) گزینهٔ ۲

$$\lim_{x\to ۲} [f(x)] = [۳^-] = ۲$$

د) گزینهٔ ۱

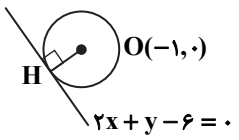
$$S_{۲۰} = \frac{۲۰}{۲}(۲\times ۱ + ۱۹\times ۳) = ۱۰\times ۵۹ = ۵۹۰$$

۴-

الف)

نکته: فاصلهٔ نقطهٔ $A(x_۰,y_۰)$ از خط $ax+by+c=۰$، برابر $AH = \frac{|ax_۰+by_۰+c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}$ می‌باشد.

$$OH = \frac{|۲(-۱)+۰-۶|}{\sqrt{۲^۲+۱^۲}} = \frac{۸}{\sqrt{۵}}$$



ب) کافی است بررسی کنیم فاصلهٔ نقطهٔ A تا مرکز دایره برابر شعاع دایره می‌باشد یا خیر

$$OA = \sqrt{(۲-(-۱))^۲+(-۴-۰)^۲} = \sqrt{۹+۱۶} = \sqrt{۲۵} = ۵$$

چون این فاصله برابر شعاع نیست پس نقطه روی دایره قرار ندارد.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۵-

نکته : $|x| = a \Rightarrow x = \pm a$

با توجه به نکته داریم:

الف)

حالت اول : $|x| - ۳ = ۲ \Rightarrow |x| = ۵ \Rightarrow x \pm ۵$

حالت دوم : $|x| - ۳ = -۲ \Rightarrow |x| = ۱ \Rightarrow x = \pm ۱$

ب) مخرج مشترک که برابر $(x-۳)(x-۱)$ است را در طرفین معادله ضرب می‌کنیم:

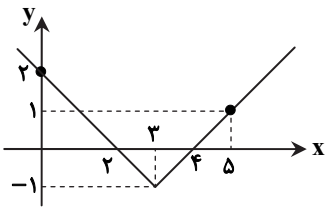
$$x(x-۱) + ۳(x-۳) = ۵(x-۳)(x-۱) \Rightarrow x^۲ - x + ۳x - ۹ = ۵x^۲ - ۲۰x + ۱۵$$

$$\Rightarrow ۰ = ۴x^۲ - ۲۲x + ۲۴ \Rightarrow ۲x^۲ - ۱۱x + ۱۲ = ۰ \Rightarrow (۲x-۳)(x-۴) = ۰ \Rightarrow x = ۴, \frac{۳}{۲}$$

هر دو جواب قابل‌قبول است.

۶-

موارد «الف» و «د» قابل‌قبول هستند.



$R_f = [-۱, ۱]$

علت نادرستی بقیه موارد:

ب) دامنه را تغییر داده است.

ج) هم دامنه باید بازه‌ای باشد که برد زیرمجموعهٔ آن باشد.

۷-

با تقسیم‌بندی بازه داریم:

$$-۳ \le x \le ۶ \xrightarrow{+۳} -۱ \le \frac{۱}{۳}x \le ۲$$

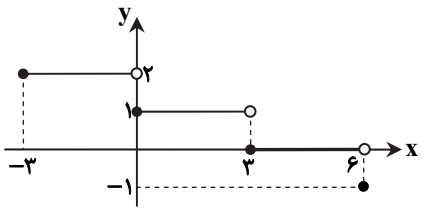
حالت‌بندی :

۱) $-۱ \le \frac{۱}{۳}x < ۰ \Rightarrow y = -(-۱) + ۱ = ۲$ ($-۳ \le x < ۰$)

۲) $۰ \le \frac{۱}{۳}x < ۱ \Rightarrow y = -(۰) + ۱ = ۱$ ($۰ \le x < ۳$)

۳) $۱ \le \frac{۱}{۳}x < ۲ \Rightarrow y = -(۱) + ۱ = ۰$ ($۳ \le x < ۶$)

۴) $\frac{۱}{۳}x = ۲ \Rightarrow y = -(۲) + ۱ = -۱$ ($x = ۶$)



۸-

الف) $D_f = \mathbb{R} - \{۱\}$, $D_g = [۳, +\infty)$

$$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \ge ۳ \mid \sqrt{x-۳} - ۱ \ne ۱\}$$

$$\sqrt{x-۳} - ۱ \ne ۱ \Rightarrow \sqrt{x-۳} \ne ۲ \xrightarrow{\text{به توان ۲}} x - ۳ \ne ۴ \Rightarrow x \ne ۷$$

$$D_{fog} = [۳, +\infty) - \{۷\} = [۳, ۷) \cup (۷, +\infty)$$

نکته: اگر $(a,b) \in f$، آن‌گاه $(b,a) \in f^{-۱}$

ب) با توجه به نکته ابتدا فرض می‌کنیم $f^{-۱}(۱) = \alpha$، پس: $f(\alpha) = ۱$

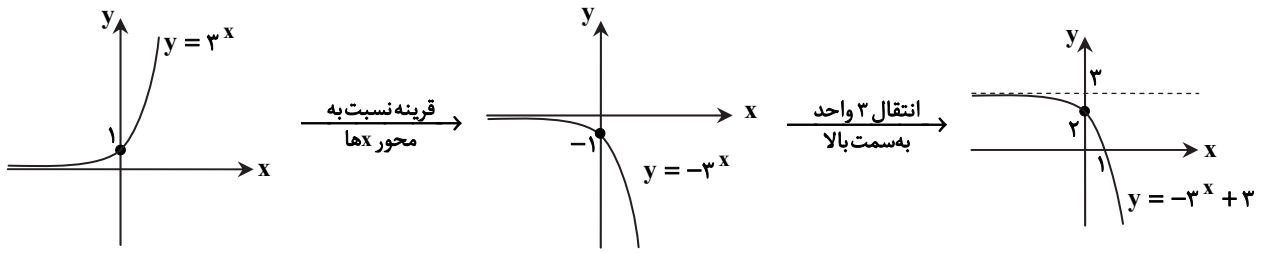
$$f(\alpha) = ۱ \Rightarrow \frac{۱}{\alpha - ۱} = ۱ \Rightarrow ۱ = \alpha - ۱ \Rightarrow \alpha = ۲ \Rightarrow f^{-۱}(۱) = ۲$$

ج) $$(\frac{f}{g})(۳) = \frac{f(۳)}{g(۳)} = \frac{\frac{۱}{۳-۱}}{\sqrt{۳-۳} - ۱} = \frac{\frac{۱}{۲}}{-۱} = -\frac{۱}{۲}$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

-۹

نمودار را مرحله به مرحله رسم می‌کنیم:



-۱۰

نکته: اگر $a > ۰$ و $a \neq ۰$، آن‌گاه از تساوی $\log x = \log y$ می‌توان نتیجه گرفت $x = y$.

نکته: $\log x - \log y = \log \frac{x}{y}$

با توجه به نکات داریم:

$$\log(۲x+۱) - \log(x-۲)^۲ = \log ۳ \Rightarrow \log \frac{۲x+۱}{(x-۲)^۲} = \log ۳ \Rightarrow \frac{۲x+۱}{(x-۲)^۲} = ۳ \Rightarrow ۳(x-۲)^۲ = ۲x+۱$$

$$\Rightarrow ۳x^۲ - ۱۲x + ۱۲ = ۲x + ۱ \Rightarrow ۳x^۲ - ۱۴x + ۱۱ = ۰ \xrightarrow{\text{مجموع ضرایب صفر است}} x_۱ = ۱ \ (\text{غ ق ق}) \ , \ x_۲ = \frac{c}{a} = \frac{۱۱}{۳} \ ✓$$

-۱۱

نکته: اگر T نیمه‌عمر یک ماده برحسب سال و $m_۰$ جرم اولیه آن باشد، بعد از گذشت t سال جرم باقی‌مانده از رابطهٔ $m(t) = (\frac{۱}{۲})^{\frac{t}{T}} \times m_۰$ به‌دست می‌آید.

با توجه به نکته، داریم:

$$(\frac{۱}{۲})^{\frac{t}{۱۰}} \times ۱۰ = ۱ \Rightarrow (\frac{۱}{۲})^{\frac{t}{۱۰}} = \frac{۱}{۱۰} \Rightarrow ۲^{\frac{t}{۱۰}} = ۱۰ \xrightarrow[\text{می‌گیریم.}]{\text{از طرفین log}} \log ۲^{\frac{t}{۱۰}} = \log ۱۰ \Rightarrow \frac{t}{۱۰} \log ۲ = ۱$$

$$\Rightarrow \frac{t}{۱۰}(۰/۳) = ۱ \Rightarrow \frac{t}{۱۰} = \frac{۱۰}{۳} \Rightarrow t = \frac{۱۰۰}{۳}$$

-۱۲

الف) $\tan(-\frac{۲۵\pi}{۳}) = -\tan(\frac{۲۵\pi}{۳}) = -\tan(۸\pi + \frac{\pi}{۳}) = -\tan\frac{\pi}{۳} = -\sqrt{۳}$

$$\text{Cos}\, ۵۷۰^\circ = \text{Cos}(۳\pi + \frac{\pi}{۶}) = -\text{Cos}\frac{\pi}{۶} = -\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

بنابراین:

$$\tan(-\frac{۲۵\pi}{۳}) \times \text{Cos}\, ۵۷۰^\circ = -\sqrt{۳} \times (-\frac{\sqrt{۳}}{۲}) = \frac{۳}{۲}$$

ب)

نکته: $\text{Cos}(\alpha \pm \beta) = \text{Cos}\alpha\,\text{Cos}\beta \mp \text{Sin}\alpha\,\text{Sin}\beta$

ابتدا مقدار $\text{Cos}\alpha$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\text{Sin}^۲\alpha + \text{Cos}^۲\alpha = ۱ \Rightarrow \text{Cos}^۲\alpha = ۱ - \frac{۱۴۴}{۱۶۹} = \frac{۲۵}{۱۶۹} \Rightarrow \text{Cos}\alpha = \pm\frac{۵}{۱۳} \xrightarrow{\alpha \text{ در ربع دوم}} \text{Cos}\alpha = -\frac{۵}{۱۳}$$

حال به کمک نکته داریم:

$$\text{Cos}(\frac{\pi}{۴} + \alpha) = \text{Cos}\frac{\pi}{۴}\text{Cos}\alpha - \text{Sin}\frac{\pi}{۴}\text{Sin}\alpha = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \times (-\frac{۵}{۱۳}) - \frac{\sqrt{۲}}{۲}(\frac{۱۲}{۱۳}) \Rightarrow \frac{-۵\sqrt{۲} - ۱۲\sqrt{۲}}{۲۶} = \frac{-۱۷\sqrt{۲}}{۲۶}$$

-۱۳

نکته: $\text{Cos}\,۲\alpha = ۱ - ۲\text{Sin}^۲\alpha = ۲\text{Cos}^۲\alpha - ۱$

نکته: $\text{Sin}\,۲\alpha = ۲\text{Sin}\alpha\,\text{Cos}\alpha$

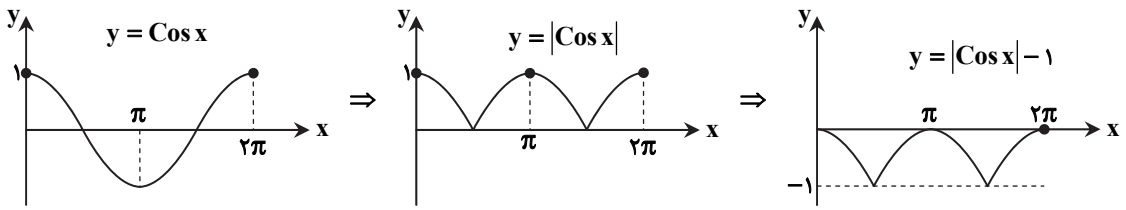
از سمت چپ تساوی شروع می‌کنیم:

$$\frac{۱ - (۱ - ۲\text{Sin}^۲\alpha)}{۲\text{Sin}\alpha\,\text{Cos}\alpha} = \frac{۲\text{Sin}^۲\alpha}{۲\text{Sin}\alpha\,\text{Cos}\alpha} = \frac{\text{Sin}\alpha}{\text{Cos}\alpha} = \tan\alpha$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

۱۴-

ابتدا نمودار $y = \cos x$ را رسم کرده و سپس $y = |\cos x|$ و سپس نمودار را یک واحد به پایین منتقل می‌کنیم:



۱۵-

الف)

$$\lim_{x\to ۲}\frac{x-\sqrt{x+۲}}{۵x-۱۰}=\lim_{x\to ۲}\frac{(x-\sqrt{x+۲})(x+\sqrt{x+۲})}{(۵x-۱۰)(x+\sqrt{x+۲})}=\lim_{x\to ۲}\frac{x^۲-(x+۲)}{۵(x-۲)(x+\sqrt{x+۲})}=\lim_{x\to ۲}\frac{(x-۲)(x+۱)}{۵(x-۲)(x+\sqrt{x+۲})}$$

$$=\frac{۳}{۵\times(۲+۲)}=\frac{۳}{۲۰}$$

ب)

راه‌حل اول:

$$x-\pi=t \Rightarrow x=t+\pi$$

$$\lim_{x\to\pi}\frac{x-\pi}{\sin x}=\lim_{t\to ۰}\frac{t}{\sin(t+\pi)}=\lim_{t\to ۰}\frac{t}{-\sin t}=-\lim_{t\to ۰}\frac{t}{\sin t}=-۱$$

راه‌حل دوم:

$$\lim_{x\to\pi}\frac{x-\pi}{\sin x}=\lim_{x\to\pi}\frac{-(\pi-x)}{\sin(\pi-x)}=-۱$$

ج)

نکته: $\cos ۲\alpha=\cos^۲\alpha-\sin^۲\alpha=۲\cos^۲\alpha-۱=۱-۲\sin^۲\alpha$

راه‌حل اول:

$$\lim_{x\to ۰^-}\frac{x^۲}{|۱-\cos ۲x|}=\lim_{x\to ۰^-}\frac{x^۲}{|\underbrace{۲\sin^۲ x}_{+}|}=\frac{۱}{۲}\lim_{x\to ۰^-}\frac{x^۲}{\sin^۲ x}=\frac{۱}{۲}\lim_{x\to ۰^-}\left(\frac{x}{\sin x}\right)^۲=\frac{۱}{۲}$$

راه‌حل دوم:

با توجه به اینکه وقتی $x\to ۰^-$ ، $۱-\cos ۲x>۰$ است، پس $|۱-\cos ۲x|=۱-\cos ۲x$.

$$\lim_{x\to ۰^-}\frac{x^۲}{۱-\cos ۲x}\times\frac{۱+\cos ۲x}{۱-\cos ۲x}=\lim_{x\to ۰^-}\frac{x^۲(۱+\cos ۲x)}{۱-\cos^۲ ۲x}=\lim_{x\to ۰^-}\frac{x^۲(۱+\cos ۲x)}{\sin^۲ ۲x}$$

$$=\frac{۱}{۴}\lim_{x\to ۰^-}\frac{۴x^۲}{\sin^۲ ۲x}\times\lim_{x\to ۰^-}(۱+\cos ۲x)=\frac{۱}{۴}\times ۲=\frac{۱}{۲}$$

۱۶-

نکته: تابع f در $x=a$ پیوسته است، هرگاه $\lim_{x\to a^+}f(x)=\lim_{x\to a^-}f(x)=f(a)$.

با توجه به نکته داریم:

$$f(۲)=a-۱\ ,\ \lim_{x\to ۲^+}f(x)=۲+b\ ,\ \lim_{x\to ۲^-}f(x)=۶-[۲^-]=۶-۱=۵ \Rightarrow a-۱=۲+b=۵ \Rightarrow a=۶\ ,\ b=۳$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir